ALGÈBRE
ANALYSE

FONC 1

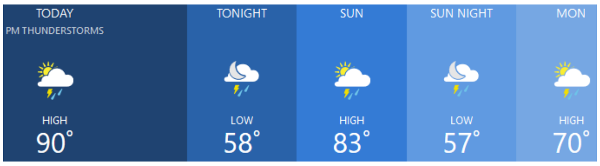
NOTION DE FONCTION

1. Définition

ACTIVITE 1 « Chantier chaud à l'étranger »

AP S'Approprier	1 2 3 4 5	AN Analyser/Raisonner	1 2 3 4 5	RE Réaliser	1 2 3 4 5	VA Valider	1 2 3 4 5

Yanis décide d'aller travailler sur le chantier de construction d'un barrage hydraulique aux États-Unis, dans le Colorado. Avant son départ, Yanis consulte Internet pour connaître la météo et il est très étonné de lire qu'il fait 90° en Juillet.



Aux États-Unis, la température n'est pas donnée en degrés Celsius, mais en degrés fahrenheit à l'aide de la relation **$\theta_{°C}$ = 0,556 $T_{°F}$ – 17,8**.

AP ☐**1.** Quelle est la température sur le chantier au Colorado ? ❍ 90 °C ❍ 90 °F ❍ 90 K

RE ☐**2.** Une fonction ***f*** est un « **programme de calcul** » faisant correspondre à un nombre ***x*** un autre nombre noté ***f*(*x*)**. Soit le programme de calcul qui consiste à « multiplier par 0,556 puis soustraire 17,8 ».

a. Compléter le schéma ci-contre avec les réponses ci-dessous :

50,048	14,448
32,8	37,8
21,12	10,12

50	« multiplier par 0,556 puis soustraire 17,8 »	10
58		....
70		....
100		....
x		*f*(*x*)

b. On traduit ce programme de calcul par une fonction *f* définie par : **$f(x) = 0{,}556\times x - 17{,}8$**

On a alors, pour *x* = **50** : *f*(50) = 0,556×**50**–17,8 = 10 (on remplace *x* par 50)

Calculer : • pour *x* = 212 : *f*(212) = ...

• pour *x* = 0 : *f*(0) = ...

VA ☐**3.** La fonction *f* précédente modélise la température en °C, où x représente la température en degrés fahrenheit. Déterminer la valeur de la température $\theta_{°C}$ correspondant à 90 °F.

....

AN ☐**4.a.** Un programme en langage Scratch a été créé pour convertir directement les °F en °C, mais les instructions sont dans le désordre.
Ordonner les différentes étapes ci-contre.

b. Traduire ce même programme en langage Python en choisissant le bon programme.

❍
```
F=float(input("Donner la température en °F"))
C=round(0.556*F-17.8,2)
print("La température est de",F,"°C")
```

❍
```
C=round(0.556*F-17.8,2)
F=float(input("Donner la température en °F"))
print("La température est de",C,"°C")
```

❍
```
F=float(input("Donner la température en °F"))
C=round(0.556*F-17.8,2)
print("La température est de",C,"°C")
```

Programme SCRATCH
❶ dire [La température en °C est] pendant [3] secondes
❷ quand [drapeau] est cliqué
❸ dire [Résultat] pendant [5] secondes
❹ mettre [Résultat ▾] à [0.556] * [réponse] * [17.8]
❺ demander [Donner le température en °F] et attendre

Synthèse et petit cours (*1.*) ...

2. Représentations d'une fonction

ACTIVITE 2 « Choix d'une grue »

AP S'Approprier	1 2 3 4 5	AN Analyser/Raisonner	1 2 3 4 5	RE Réaliser	1 2 3 4 5	VA Valider	1 2 3 4 5	CM Communiquer	1 2 3 4 5

Pour sécuriser un chantier, le choix d'une grue adaptée est important.
Pour chaque grue, il existe une « courbe de charge » donnant la charge maximale *C* (en tonne) qu'elle peut lever en fonction de la longueur ℓ de la flèche (en mètre).
Un chef de chantier doit choisir entre deux grues : le modèle $\mathbb{A}$ ou le modèle $\mathbb{B}$.

☐**1.** Le tableau suivant donne la charge maximale *C* (en tonne) en fonction de la longueur de la flèche ℓ (en mètre) pour le modèle $\mathbb{A}$.

ℓ (en m)	30	35	40	45	50	55	60
C (en t)	9,8	8,2	7	6,1	5,4	4,9	4,5

On dispose du fichier GeoGebra « GRUE.ggb » dans lequel les points de coordonnées (ℓ, *C*) précédents ont été placés. La « courbe de charge » est modélisée par la fonction *f* définie sur [30 ; 60] par $f(x) = \dfrac{a}{x-b}$, où *a* et *b* sont deux nombres entiers, *x* représente la longueur de la flèche ℓ, en m, et *f*(*x*) représente la charge maximale *C*, en t.

AN **a.** Utiliser les curseurs ***a*** et ***b*** du fichier pour tracer trouver la « courbe de charge » qui passe parfaitement par tous les points de coordonnées (ℓ, *C*) .

Appel n°1 : Faire vérifier la modélisation

CM **b.** Noter la définition de la fonction *f* : *f*(*x*) = ...

AP **c.** Quelle est la variable de cette fonction *f* ? ❍ *a* ❍ *b* ❍ *x*

☐**2.** La fonction *g* est définie sur [30 ; 60] par $g(x) = \dfrac{165}{x-5}$. Elle modélise la « courbe de charge » du modèle $\mathbb{B}$, où *x* représente la longueur de la flèche ℓ, en m, et *g*(*x*) représente la charge maximale *C*, en t.

AN CM **a.** On dispose du programme « GRUE.sb3 » en langage Scratch dont le programme est ci-contre. Une erreur a été commise dans le programme pour que celui-ci puisse permettre de remplir le tableau suivant.
Corriger le programme pour remplir le tableau.
On arrondira les résultats à 0,1 près.

ℓ (en m)	30	35	40	45	50	55	60
C (en t)							

Appel n°2 : Faire vérifier la correction du programme

RE **b.** Tracer la représentation de la fonction *g* sur l'intervalle [30 ; 60] dans le fichier GeoGebra en saisissant son expression dans la zone de saisie à l'aide de la fonctionnalité « Fonction ». **Consulter le Document de Ressources (24.3)**

Appel n°3 : Faire vérifier la représentation graphique

☐**3.** Un grutier souhaite soulever 6,5 tonnes avec une flèche de 35 m.

VA **a.** Quel point modélise une telle situation ? ❍ *A*(6,5 ; 35) ❍ *A*(35 ; 6,5)

RE **b.** Positionner le point *A* sur le fichier.

Consulter le Document de Ressources (24.2)

Appel n°4 : Faire vérifier le point *A*

VA **c.** Quel(s) modèle(s) de grue le grutier peut-il utiliser dans ces conditions ? ❍ Aucune ❍ $\mathbb{A}$ ❍ $\mathbb{B}$

NOM :

ACTIVITE 3 « Comment utiliser la calculatrice pour représenter des fonctions ? »

		RE Réaliser 1 2 3 4 5		CM Communiquer 1 2 3 4 5

RE ☐**1.** Soit la fonction f_1 définie sur [–4 ; 4] par $\boldsymbol{f_1(x) = \frac{x}{2} + 3}$.

a. Saisir la définition de la fonction dans la calculatrice.
b. Paramétrer la calculatrice pour qu'elle donne les valeurs prises par la fonction *f* entre –4 et 4 avec un pas de 1.
c. Afficher les résultats et compléter le tableau de valeurs suivant :

Consulter le Document de Ressources (27.1)

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
$f_1(x)$									

Appel n°1 : Faire vérifier les résultats

RE ☐**2.** Soit la fonction f_2 définie sur [–9 ; 9] par $\boldsymbol{f_2(x) = \frac{x^2 + 6}{4}}$. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	–9	–6	–3	0	3	6	9
$f_2(x)$							

Appel n°2 : Faire vérifier les résultats

RE ☐**3.** Soit la fonction f_3 définie sur [0 ; 300] par $\boldsymbol{f_3(x) = \frac{10\,000}{x + 50} - x}$.

Compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir au centième) :

x	0	50	100	150	200	250	300
$f_3(x)$							

(arrondir au centième)

Appel n°3 : Faire vérifier les résultats

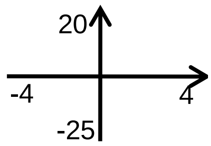
RE ☐**4.** Soit la fonction f_4 définie sur [6 ; 16], par $\boldsymbol{f_4(x) = (16 - x)^2 + 2x}$. Compléter le tableau de valeurs suivant :
Compléter le tableau de valeur suivant (arrondir au centième) :

x	6	8	10	11	12	14	16
$f_4(x)$							

Appel n°4 : Faire vérifier les résultats

☐**5.** Soit la fonction f_5 définie sur [–4 ; 4], par $\boldsymbol{f_5(x) = 5x - 4}$

RE **a.** Saisir à la calculatrice la définition de la fonction, et paramétrer la fenêtre graphique avec les réglages :
Xmin = –4 ; Xmax = 4 ; Ymin = –25 ; Ymax = 20.



Consulter le Document de Ressources (27.2)

Appel n°5 : Faire vérifier la représentation graphique sur la calculatrice

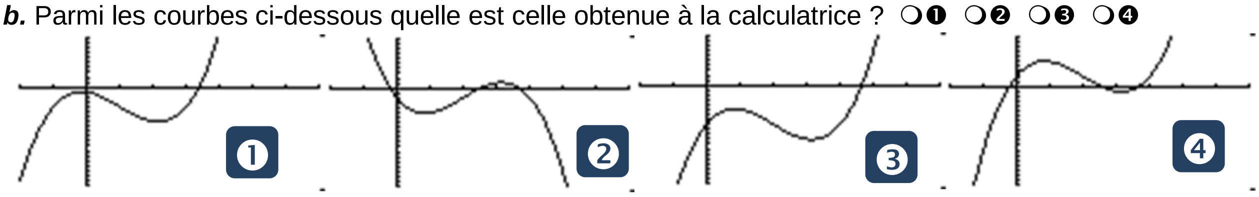
CM **b.** Quelle est l'allure générale de la courbe ? ....

☐**6.** Soit la fonction f_6 définie sur [–2 ; 7] par $\boldsymbol{f_6(x) = (x - 2)^3 - 4x}$.

RE **a.** Utiliser la calculatrice pour tracer la représentation graphique de la fonction f_6. On donne les réglages de la fenêtre d'affichage : Xmin = –2 ; Xmax = 7 ; Ymin = –30 ; Ymax = 20.

Appel n°6 : Faire vérifier la représentation graphique sur la calculatrice

CM **b.** Parmi les courbes ci-dessous quelle est celle obtenue à la calculatrice ? ❍❶ ❍❷ ❍❸ ❍❹



☐**7.** Soit la fonction f_7 définie sur [-5 ; 10], telle que $\boldsymbol{f_7(x) = 200\sqrt{x + 5}}$.

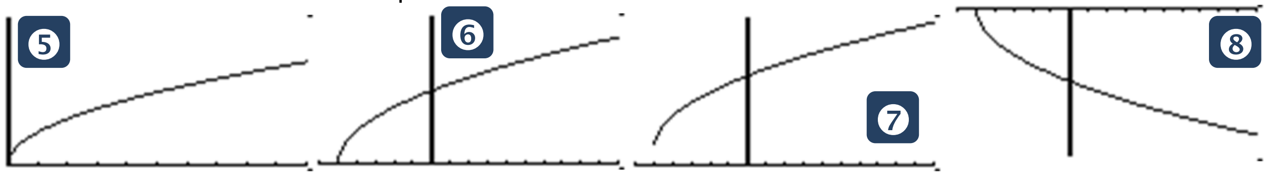
RE **a.** Utiliser le mode tableur de la calculatrice pour remplir le tableau de valeurs suivant (arrondir à l'unité) :

x	–5	–4	–2	0	4	6	10
$f_7(x)$							

RE ***b.*** Utiliser la calculatrice pour tracer la représentation graphique de cette fonction. On donne les réglages de la fenêtre d'affichage : Xmin = –5 ; Xmax = 10 ; Ymin = 0 ; Ymax = 800.

Appel n°7 : Faire vérifier la représentation graphique sur la calculatrice

CM ***c.*** Parmi les courbes ci-dessous quelle est celle obtenue à la calculatrice ? ❍❺ ❍❻ ❍❼ ❍❽



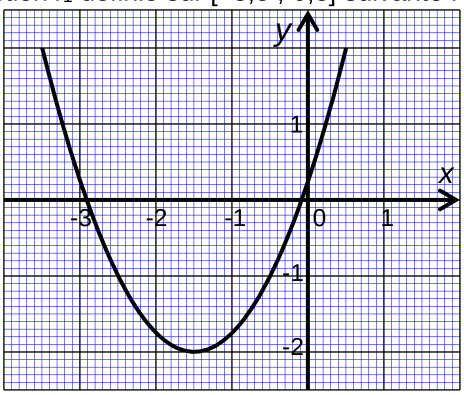
Synthèse et petit cours (*2.*) ...

3. Exploitation d'une représentation graphique

ACTIVITE 4 « Notion de tableau de variation »

AP S'Approprier 1 2 3 4 5 | AN Analyser/Raisonner 1 2 3 4 5 | RE Réaliser 1 2 3 4 5 | CM Communiquer 1 2 3 4 5

AP ☐***1.*** On donne la représentation graphique de la fonction f_1 définie sur [–3,5 ; 0,5] suivante :



Le tableau de variation associé à la fonction traduit les différentes variations par des flèches, où les valeurs prises par la fonction sont précisées au moment des changements de variation. Parmi les tableaux de variations ci-contre, choisir celui de la fonction *f*.

Appel n°1 : Faire vérifier le choix

❍

x	–3,5		–1,5		0,5
$f_1(x)$		↗	–2	↘	
	2				2

❍

x	–3,5		–1,5		0,5
$f_1(x)$		↗	2	↘	
	–2				–2

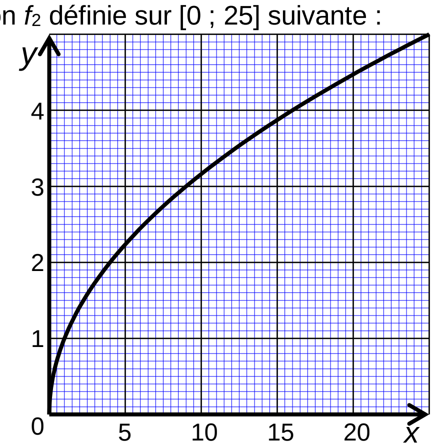
❍

x	–3,5		–1,5		0,5
$f_1(x)$	2				2
		↘	–2	↗	

❍

x	–3,5		–1,5		0,5
$f_1(x)$	–2				–2
		↘	2	↗	

AP ☐***2.*** On donne la représentation graphique de la fonction f_2 définie sur [0 ; 25] suivante :



Parmi les 3 tableaux de variations ci-contre, choisir celui qui correspond à la fonction *g*.

❍

x	0		5
$f_2(x)$			25
	0	↗	

❍

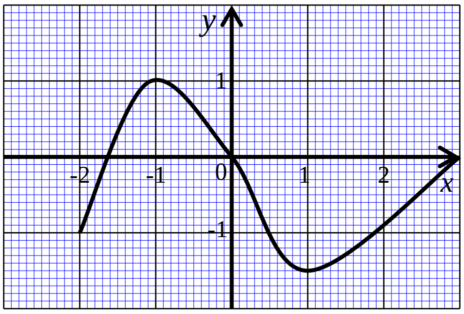
x	0		5
$f_2(x)$	0		
		↘	25

❍

x	0		25
$f_2(x)$			5
	0	↗	

NOTION DE FONCTION

AP ☐**3.** On donne la représentation graphique de la fonction f_3 définie sur [–2 ; 3] suivante :



Parmi les 3 tableaux de variations ci-contre, choisir celui qui correspond à la fonction *h*.

Appel n°2 : Faire vérifier les choix

❍

x	–2		–1		0		3
$f_3(x)$	–1	↗	1	↘	0	↗	0

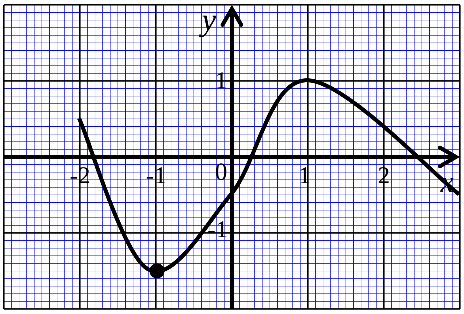
❍

x	–2		–1		1		3
$f_3(x)$	–1	↗	1	↘	–1,5	↗	0

❍

x	–2		0		1		3
$f_3(x)$	–1	↗	0	↘	–1,5	↗	0

AN ☐**4.** On donne la représentation graphique de la fonction f_4 définie sur [–2 ; 3] suivante :

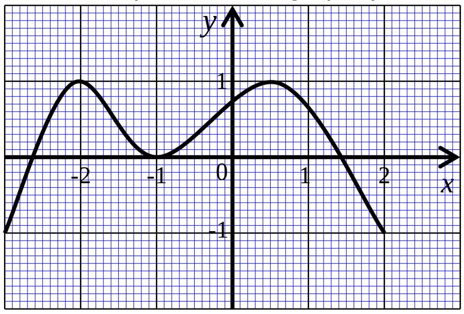


Dresser ci-dessous le tableau de variations de la fonction *u* :

x	–2		–1		1		3
$f_4(x)$	.....	↘	–1,5	↗	.....	↘	.....

Appel n°3 : Faire vérifier le tableau

RE ☐**5.** On donne la représentation graphique de la fonction f_5 définie sur [–3 ; 2] suivante :

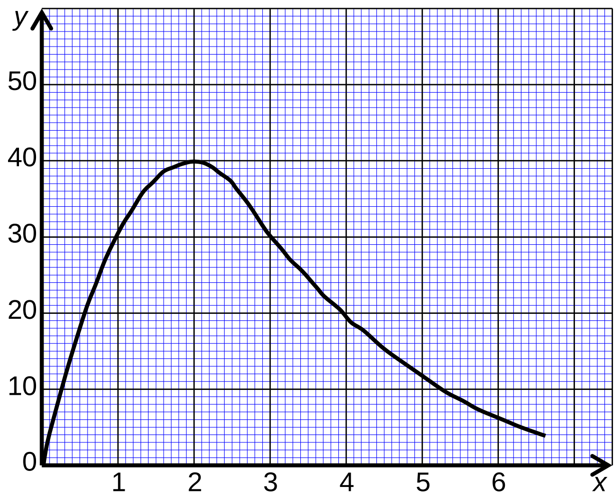


Dresser ci-dessous le tableau de variations de la fonction *v* :

x	–3	....	–1	....	2
$f_5(x)$					

Appel n°4 : Faire vérifier le tableau

☐**6.** Une station pompe l'eau d'une rivière pour la transformer ensuite en eau potable. Lors d'une pollution, elle doit interrompre ses prélèvements le temps que la vague de pollution soit évacuée par le courant. On suppose qu'à partir de l'alerte, donnée à l'instant 0, la concentration en polluant *P*, exprimée en milligrammes par litres (mg/L), dépend du temps *x* exprimé en heures suivant une fonction f_6 définie sur [0 ; 7] dont on donne la courbe représentative ci-contre.



RE **a.** Dresser le tableau de variations de f_6.

x	0	....	6,6
$f_6(x)$			4,4

CM **b.** Au bout de combien de temps la concentration de polluant est-elle maximale ? ....

CM **c.** Préciser la valeur de cette concentration maximale. ....

Synthèse et petit cours (3.) ...

ACTIVITE 5 « Revêtement de sol »

	AN Analyser/Raisonner	1	2	3	4	5	RE Réaliser	1	2	3	4	5	VA Valider	1	2	3	4	5	CM Communiquer	1	2	3	4	5

Le coût total de fabrication d'un revêtement de sol est donné par **$C(x) = x^2 - 98{,}45x + 3\,000$** où x est le nombre de tonnes de produit fabriquées sur l'intervalle [0 ; 80]. Le coût $C(x)$ est en millions d'euros.

☐**1.** On dispose du fichier GeoGebra « COUT.ggb » dans lequel on cherche à déterminer le minimum du coût C.

RE **a.** Tracer la courbe représentative de la fonction C en saisissant dans la zone de saisie : « C(x)=Fonction[x^2-98.45x+3000,0,80] ».

AN **b.** Placer un point A sur la courbe représentative de la fonction C. Déplacer ensuite ce point pour essayer d'évaluer la valeur minimum de C.

$C_{\text{min manuel}} \approx$ ....

Appel n°1 : Faire vérifier la détermination du coût minimum

☐**2.** Le programme ci-contre en langage Python permet de déterminer une valeur approchée du **minimum de ce coût** sur l'intervalle [0 ; 80].
La variable x va « balayer » l'intervalle [0 ; 80] : elle va prendre différentes valeurs de cet intervalle. Le pas de balayage est la différence entre deux valeurs successives de x. Si par exemple on choisit un pas de 0,5, x va prendre successivement les valeurs 0,5 ; 1 ; 1,5...
Le programme est à disposition dans le fichier « BALAYAGE.py » à ouvrir avec l'éditeur Python.

Programme Python : BALAYAGE.py

```python
def C(x):
    return x**2-98.45*x+3000

p=float(input("Saisir le pas de balayage :"))
x=0
min=C(0)
while x<=80:
    x=x+p
    y=C(x)
    if y<min:
        min=y
print("Le minimum trouvé est",min)
```

RE **a.** Exécutez le programme (▶) plusieurs fois en modifiant le pas, et noter le minimum donné par le programme

Pas	20	10	5	2	1	0,1
Minimum donné par l'algorithme						

CM **b.** Quelle est l'influence du pas de balayage sur la précision du minimum obtenu ?

....

AN **c.** Comment doit-on modifier le programme pour obtenir la valeur de x pour laquelle le minimum a été trouvé ?

❍

```python
def C(x):
    return x**2-98.45*x+3000

p=float(input("Saisir le pas de balayage :"))
x=0
xmin=0
min=C(0)
while x<=80:
    x=x+p
    y=C(x)
    if y<min:
        min=y
print("Le minimum trouvé est",min," pour x=",xmin)
```

❍

```python
def C(x):
    return x**2-98.45*x+3000

p=float(input("Saisir le pas de balayage :"))
x=0
xmin=0
min=C(0)
while x<=80:
    x=x+p
    y=C(x)
    if y<min:
        min=y
        xmin=x
print("Le minimum trouvé est",min," pour x=",xmin)
```

RE **d.** Mettre en œuvre le programme choisi pour déterminer la valeur de x_{min} avec le pas de 0,1. $x_{\text{min}} =$ ....

Appel n°2 : Faire vérifier la valeur de x_{min}

RE ☐**3.a.** Utiliser la calculatrice pour tracer la représentation de la fonction C. On donne les réglages de la fenêtre d'affichage : Xmin = 0 ; Xmax = 80 ; Ymin = 0 ; Ymax = 3000.

b. Déterminer à l'aide de la fonction de recherche du minimum de la calculatrice, la valeur pour laquelle la fonction est minimum.

Consulter le Document de Ressources (27.5)

$C_{\text{min calculatrice}} =$ ....

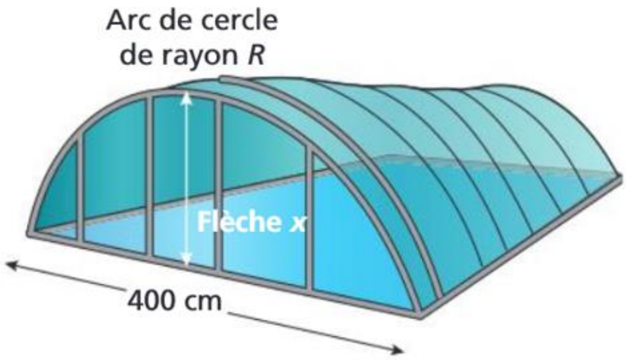
Appel n°3 : Faire vérifier la détermination du coût minimum

VA ☐**4.** Conclure sur la méthode la plus performante :
❍ **1.** La méthode graphique manuelle ❍ **2.** Le balayage par algorithme ❍ **3.** Par la calculatrice

Exercice 1 : Menuiserie - Aluminium

Un artisan doit concevoir un abri de piscine. La face avant de l'abri est une portion de disque de rayon R. Le rayon R (en cm) dépend de la hauteur de l'abri x (en cm).

Ce rayon R peut être modélisé par la fonction f définie sur [100 ; 300] par : $f(x) = \dfrac{20\,000}{x} + \dfrac{x}{2}$.



RE **1.** Utiliser la calculatrice pour tracer la représentation graphique de la fonction f. On donne les réglages de la fenêtre d'affichage : Xmin = 100 ; Xmax = 300 ; Ymin = 180 ; Ymax = 260.

VA **2.** Est-ce que le rayon augmente si la flèche augmente ?

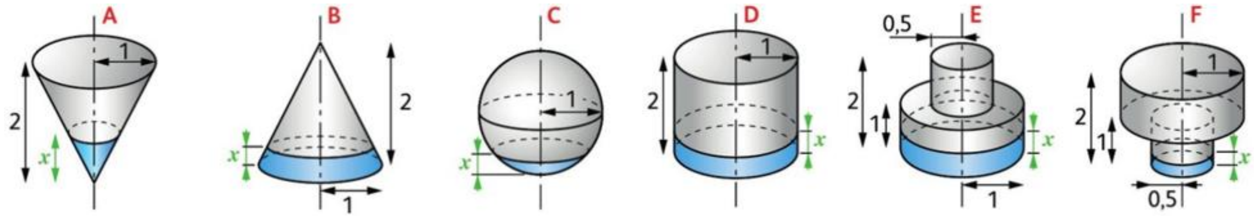
RE **3.** Quelle flèche correspond au rayon minimum ?

RE **4.** Compléter le tableau de variations ci-contre.

x	100	....	300
$f(x)$			

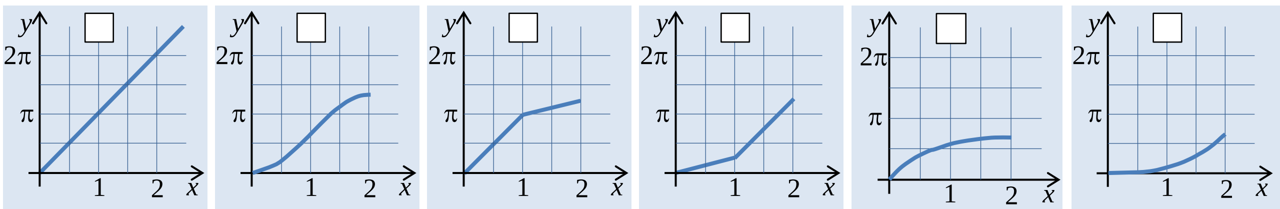
Exercice 2 : Remplissage de réservoirs

On donne les solides suivants :



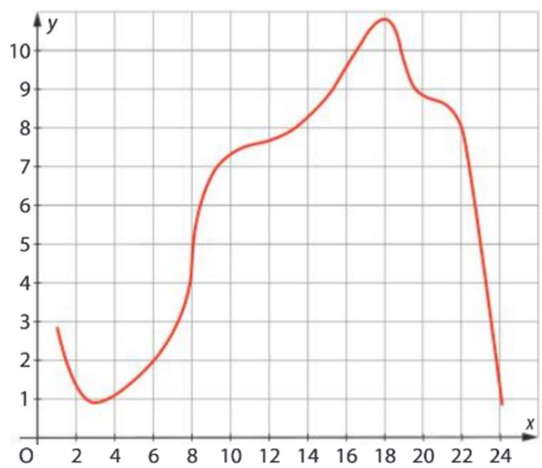
On remplit d'eau ces solides. On note x la hauteur d'eau de liquide dans le récipient.
Pour chaque solide, on s'intéresse à la fonction qui a x associe le volume d'eau dans le solide.

AN Associer chacune des courbes suivantes à un solide.



Exercice 3 : Fuites d'eau

On utilise une fonction f pour modéliser la quantité d'eau perdue sur une canalisation d'un réseau d'adduction d'eau potable en fonction du moment de la journée.



RE Dresser le tableau de variation de la fonction f.

x	1
$f(x)$	

4. Traduction d'une situation de proportionnalité

ACTIVITE 6 « Chantier en haute montagne »

AP S'Approprier	1 2 3 4 5	AN Analyser/Raisonner	1 2 3 4 5	RE Réaliser	1 2 3 4 5	VA Valider	1 2 3 4 5	CM Communiquer	1 2 3 4 5

Lors de travaux en hauteur en montagne, on utilise les câbles d'un téléphérique pour transporter les matériaux sur le lieu du chantier. On contrôle les temps de passage de la benne aux passages aux différents pylônes dont on connait les distances :

distance parcourue (en m)	100	200	300	400
temps mis (en s)	40	80	120	160

AP ☐**1.a.** Quand deux grandeurs sont-elles « **proportionnelles** » ?
- ❍ Quand l'une double, l'autre double aussi
- ❍ Quand l'une augmente l'autre augmente, et inversement
- ❍ Quand l'une augmente d'une quantité, l'autre augmente aussi de la même quantité
- ❍ Quand l'une augmente d'une quantité, l'autre diminue de la même quantité

b. La distance et le temps mis par la benne lors de son trajet sont-ils proportionnels ? ❍ OUI ❍ NON

RE ***c.*** Compléter le tableau ci-contre.

CM ***d.*** Que dire du rapport calculé ?

....

distance parcourue (en m)	100	200	300	400
temps mis (en s)	40	80	120	160
$\dfrac{\text{temps mis (en s)}}{\text{distance parcourue (en m)}}$				

AN ***e.*** Soit *d* la distance parcourue (en m) et *t* le temps mis (en s), conclure sur la relation correcte : ❍ $d = 0{,}4 \times t$ ❍ $t = 0{,}4 \times d$ ❍ $t = \dfrac{0{,}4}{d}$

☐**2.** Long de 560 mètres, la distance que ce téléphérique parcourt en fonction du temps est modélisée par la fonction *f* définie par $\boldsymbol{f(t) = 2{,}5t}$ avec $f(t)$ la distance parcourue en mètre et *t* le temps en seconde.

AP ***a.*** Quelle est la variable de la fonction *f* ? ❍ *d* ❍ *t* ❍ *x*

RE ***b.*** Utiliser la calculatrice pour compléter le tableau de valeurs ci-contre. Attention, la calculatrice ne travaille qu'avec la variable *x* !

t	0	10	20	30	40	50
f(*t*)						

RE ***c.*** Utiliser la calculatrice pour tracer la représentation graphique de cette fonction. On donne les réglages de la fenêtre d'affichage : Xmin = 0 ; Xmax = 560 ; Ymin = 0 ; Ymax = 1600.

Appel : Faire vérifier la représentation graphique

VA ***d.*** Déterminer le temps nécessaire pour parcourir 560 m. ....

AN ***e.*** Parmi les programmes suivants en langage Python, lequel permet de déterminer le temps nécessaire pour que la benne parcourt 560 m ?

Consulter le Document de Ressources (26.7)

❍
```python
from math import *
def f(x):
    return 2.5*x

t=0
for t in range(0,160):
    print("f(",t,") =",f(t))
```

❍
```python
from math import *
def f(x):
    return 2.5*x

t=0
while f(t)==560:
    print("f(",t,") =",f(t))
    t=t+1
```

❍
```python
from math import *
def f(x):
    return 2.5*x

t=0
while f(t)<=560:
    print("f(",t,") =",f(t))
    t=t+1
```

Synthèse et petit cours (4.) ...

Exercice 4 : La voiture électrique est-elle plus économique ?

La voiture électrique a la réputation d'être trois fois plus économique en énergie qu'un véhicule classique qui, en moyenne, revient en essence à 7,50 € pour 100 km. Le prix de l'électricité nécessaire à la charge est noté ci-contre en fonction du nombre de km.

km parcourus : n	70	120	150
Prix (en €) : $P(n)$	1,54	2,64	3,30

AP **1.** Au vu des valeurs du tableau, diriez-vous qu'une voiture électrique semble plus économique qu'un véhicule essence ?

AN **2.** Proposer un protocole permettant de savoir si le prix $P(n)$ et le nombre n de km sont proportionnels.

RE ***3.a.*** Donner l'expression algébrique liant le prix $P(n)$ et le nombre n de km parcourus

b. Calculer le prix pour $n = 100$.

VA **4.** L'affirmation selon laquelle un véhicule électrique coûte 3 fois moins en énergie est-elle vraie ?